Une autre façon de voir les mathématiques… et de les enseigner*

Cécile D'Amour

Professeure de mathématiques
Cégep Ahuntsic

L'enseignement est un métier favorable à l'évolution personnelle, ne serait-ce que parce qu'on y est toujours en contact avec la nouvelle génération et qu'on est appelé à suivre l'évolution des disciplines qu'on enseigne. Prend-on ce métier à cœur qu'on évite, à coup sûr, la sclérose intellectuelle. En effet, qui d'entre nous conçoit aujourd'hui sa discipline de la même façon qu'il y a cinq, dix ou quinze ans ? Qui n'a pas vu évoluer, parfois considérablement, ses stratégies pédagogiques ? Avant de présenter ma pratique pédagogique actuelle, voyons en quels termes j'aurais pu décrire, à la fin des années soixante-dix, ma conception des mathématiques et de l'enseignement de cette discipline.

> *Les mathématiques sont indispensables, non seulement sur un plan technique et professionnel, étant de plus en plus utilisées dans tous les domaines de la connaissance et de l'activité humaine, mais aussi pour nous aider à raisonner dans notre vie quotidienne. L'enseignement des mathématiques contribue à former l'esprit à la rigueur, à l'abstraction, à la rationalité ; en ce sens, cette discipline apporte une contribution privilégiée en matière de formation fondamentale. Il est donc doublement logique de réserver à cette discipline une place importante dans les programmes.*
>
> *Les mathématiques constituent une discipline particulière étant, par nature, formelles, abstraites et construites selon les règles de la logique. Elles laissent, moins que toute autre discipline, place à l'incertitude ; on n'y trouve pas de conflits d'écoles comme en économique, en psychologie et dans la plupart des autres disciplines. Dans les cours de mathématiques, on se concentre donc totalement sur la discipline ; on ne parle que de mathématiques. Cette discipline ne véhicule pas de conceptions sociales ou politiques ; elle est neutre, en quelque sorte ; elle n'est donc pas porteuse de discrimination.*
>
> *Par ailleurs, les mathématiques, de par leur caractère abstrait, sont d'un abord difficile ; il n'est donc pas donné à tous de pouvoir comprendre de quoi il retourne ; quant à prendre plaisir à travailler cette matière ou à pouvoir y créer, c'est là le privilège d'une infime minorité. Cette matière étant tout de même au programme de la totalité des élèves du niveau secondaire et de la plupart de ceux du niveau collégial, il faut bien trouver une façon de l'enseigner. En général, le manuel ou le professeur fournit les informations théoriques – définitions, propriétés, théorèmes – puis on demande aux élèves de résoudre des problèmes présentant un fort degré de ressemblance avec ceux que le professeur a résolus au tableau. Dans ce contexte, les élèves acquièrent une compréhension passablement limitée de ce qu'ils ont étudié, ils oublient d'une année à l'autre et ils ont de la difficulté à réutiliser les notions étudiées dans des contextes nouveaux. Cette situation porte souvent les enseignants « à la déprime », mais elle est, somme toute, normale. Cela n'a-t-il pas été notre cas ? Ne nous est-il pas arrivé de comprendre avec quelques années de retard, bien souvent en l'enseignant, la matière étudiée à l'université ? La formation n'est-elle pas ce qui nous reste de nos études « quand on a tout oublié » ?*

Voilà une dizaine d'opinions fort répandues. Elles résument bien comment je voyais les choses durant mes premières années d'enseignement ; certaines de ces idées tenaient même encore le coup il n'y a pas si longtemps. Pourtant, avec les années, les discussions entre collègues, les lectures, les colloques et l'observation de mes étudiantes et étudiants, toutes ces opinions ont été grugées par le doute et l'esprit critique pour se retrouver finalement fortement nuancées sinon carrément désagrégées. Les opinions qui ont pris progressivement la relève se sont matérialisées, en grande partie, dans une approche pédagogique utilisée l'automne dernier par une équipe de professeures – les Comatheuses – dont je faisais partie.

Je vais relater ici cette expérience pédagogique réalisée à l'automne 1987. J'hésite à utiliser le terme expérience, ne voulant pas suggérer l'idée d'expérimentation et de cobaye ; et pourtant, c'est bien le terme qui convient si l'on entend par expérience la pratique que l'on a eue de cette approche pédagogique et l'enseignement que nous en avons tiré, nous, les enseignantes.

Les instruments du coup de grâce

Quatre événements qui se sont produits ces deux dernières années ont donné le coup de grâce à celles de mes vieilles idées qui tenaient encore et ont inspiré plusieurs éléments de la stratégie pédagogique expérimentée l'automne dernier.

Ce fut d'abord la rencontre, en mai 1986, de Linda Gattuso et de Raynald Lacasse, enseignants du cégep du Vieux Montréal, qui présentaient un projet de recherche sur les « mathophobes ». La lecture du rapport de leur première année de recherche[1] est venue, par la suite, enrichir ma réflexion sur les perceptions que les étudiants se font des mathématiques, les conséquences que ces perceptions entraînent et les façons possibles d'en tenir compte. Les stratégies qu'ils ont utilisées lors d'ateliers pour les mathophobes furent à l'origine des activités choisies

* Une partie de cet article a déjà paru dans *Impressions pédagogiques, Bulletin d'information du collège Ahuntsic*, vol. 2, nº 2, mars 1988.

« Il semble qu'il existe deux mondes de la mathématique : l'un privé, l'autre public. Dans le monde privé dominent la lutte, l'échec, l'incompréhension, l'intuition, la créativité. Ce monde a été magnifiquement décrit par Poincarré et Hadamard. Le monde public est celui où apparaissent les résultats des efforts accomplis dans le monde privé ; ces résultats sont formulés dans un style par convention formel et abstrait, d'où toute trace de fausses pistes, de raisonnements inadéquats ou de conceptions erronées a été éliminée. Malheureusement pour nos élèves, on ne leur donne accès qu'au monde public, dans les pages des manuels qui présentent la connaissance comme quelque chose d'inerte, comme s'il en avait toujours été ainsi. Leurs tentatives pour comprendre et leurs échecs deviennent alors une affaire personnelle – ce sont elles[2] qui ne comprennent pas – plutôt qu'une participation au processus inhérent au développement continu de la mathématique »[3] (Leone Burton).

« La possibilité de choisir une activité mathématique qui soit un défi offre aux élèves l'occasion de travailler ensemble, de discuter de ce qu'elles font, d'examiner à fond leurs interprétations divergentes, de les comparer et de les détendre, faisant en sorte que la mathématique devienne vivante. Le genre de discussion qui a lieu dans ces conditions a une qualité bien différente du dialogue professeure/élève : elles sont centrées sur la tâche et répondent à la fois aux besoins de la recherche et de celles qui la mènent. Cela requiert un minimum de deux élèves pour qui la tâche représente un défi intéressant et dont les réponses sont de nature conjecturale et possiblement divergentes. C'est en travaillant à résoudre des conflits successifs que l'élève teste ses conjectures, cherche à valider ou invalider un résultat et établit, avec assurance, une compréhension nouvelle en laquelle elle a confiance. Ce processus et son résultat sont substantiellement différents de ceux de la classe formelle, où le résultat provient plutôt de l'accommodation de l'élève à une connaissance impersonnelle qui serait la « propriété » du manuel ou de l'enseignante »[4] (Leone Burton).

l'automne dernier en guise d'introduction au cours : faire les présentations et s'attaquer immédiatement à des problèmes de réchauffement.

En juin de la même année, se tenait, au cégep André-Laurendeau, le colloque « Femmes et mathématiques » organisé par MOIFEM (Mouvement international pour les femmes et la mathématique). L'exposé de Leone Burton m'a particulièrement stimulée et a inspiré deux caractéristiques de l'approche pédagogique expérimentée : la référence à l'histoire des mathématiques et l'utilisation de problèmes d'exploration.

Au printemps de 1987, j'ai lu le double rapport publié par Yves Blouin du cégep François-Xavier-Garneau : *Éduquer à la réussite en mathématiques : Fondements théoriques et résultats de recherche ; Guide d'intervention en classe*. Les professeures et l'équipe des Comatheuses en ont fait la lecture par la suite et nous avons repris à notre compte de nombreuses suggestions du guide d'intervention, étant convaincues, comme Yves Blouin, que « rien ne justifie ces conceptions associant la réussite ou l'excellence en mathématiques au fait de posséder des aptitudes spéciales que les hasards génétiques auraient fait fleurir dans certains cerveaux, mais pas dans d'autres »[5].

Finalement, le dernier événement qui a marqué ma réflexion est le travail – lectures, entrevues, élaboration de recommandations – que j'ai effectué pour la commission pédagogique du cégep Ahuntsic sur le dossier de la formation fondamentale, de novembre 1986 à mars 1988[6].

C'est dans ce contexte que je choisissais, lors de la distribution des charges du printemps de 1987, d'enseigner le cours *Compléments de mathématiques*, 201-101, à trois groupes de sciences pures à l'automne. C'est un cours dont le contenu est très intéressant mais fort chargé. Peu de textes étant disponibles et les textes existants ne convenant pas à ma conception de l'enseignement des mathématiques, il me faudrait donc élaborer un nouvel instrument. Cela me paraissait un avantage : les stratégies pédagogiques utilisables dans un cours sont en bonne mesure limitées par les instruments choisis ; quand on élabore soi-même un instrument, le travail nécessaire est décuplé, mais les possibilités deviennent infinies. C'était donc là une excellente occasion d'élaborer un cours en cohérence avec le point de vue qui était désormais le mien par rapport aux mathématiques.

LE CONTEXTE DE NOTRE EXPÉRIENCE PÉDAGOGIQUE

Compléments de mathématiques c'est, au cégep Ahuntsic[7], un des deux cours de mathématiques de la première session des programmes de Sciences pures et de Sciences de la santé. Malgré son grand intérêt mathématique, ce cours a eu, durant plusieurs années, fort mauvaise réputation : les taux d'échecs et d'abandons combinés pouvaient atteindre et même dépasser les 50 %.

À l'automne 1986, la situation a été terrible : sur près de 400 étudiantes et étudiants inscrits à ce cours, 171 ont abandonné et le taux de réussite pour l'ensemble des groupes a été de seulement 44 %. Dès la correction du premier examen, le découragement s'était emparé des professeurs de 101. Bon nombre d'entre eux entreprirent donc une réflexion devant mener à une réorientation pédagogique de ce cours pour l'automne suivant. Les sessions d'automne sont toujours extrêmement chargées et cette tentative de concertation avorta.

Par ailleurs, au printemps de 1987, au détour du corridor de mathématiques, une équipe se forme spontanément : Rita Aréna, Diane Labarre et moi-même nous retrouvant, pour diverses raisons, titulaires de sept groupes de 101, discutons d'une éventuelle concertation. Celle-ci semble possible et profitable. En effet, nous partageons toutes trois le même objectif, « réhabiliter le 101 » et nous nous trouvons dans une situation pédagogique commune puisqu'aucun des rares textes de référence disponibles pour ce cours ne nous convient vraiment.

Nous décidons donc de donner le 101 avec du matériel élaboré par notre équipe et, puisque l'occasion s'y prête bien, d'utiliser une approche nouvelle.

L'orientation que nous donnerons au cours sera fondée sur l'analyse que nous faisons des difficultés du cours 101 dans notre collège ces dernières années ainsi que sur les réflexions et expériences de Linda Gattuso et de Raynald Lacasse d'une part, et d'Yves Blouin d'autre part. En ce qui concerne la méthodologie, nous saurons tirer profit de PERFORMA par personne interposée, un de nos collègues qui a suivi l'activité sur le travail d'équipe nous faisant profiter de ses réflexions et expériences.

Dès le début de l'été, les grandes lignes de notre méthode sont identifiées. À la fin de l'été, cette orientation se précise et notre équipe se complète. Suite à des modifications de dernière heure dans les charges d'enseignement, Anne-Marie Lorrain et Marie Voyer viennent se joindre à l'équipe initiale et nous nous retrouvons cinq professeures en charge de neuf classes de 101.

C'est le début d'une session follement occupée – conception du cours et du matériel, rédaction des textes, coordination – et riche en émotions : une insécurité face à l'utilisation de nouvelles stratégies pédagogiques, des sueurs froides devant des classes populeuses et souvent houleuses, quelques accrochages entre comatheuses.

Les conditions sont difficiles mais l'équipe tient le coup. Le consensus s'avère suffisamment fort pour nous permettre d'expérimenter, dans tous nos groupes, une approche inhabituelle pour les cours donnés dans notre département, et ceci même si, au départ, l'entente entre nous cinq n'allait pas de soi : ancienneté au collège et expérience de l'enseignement de durée fort variable ; équipe nouvellement formée ; perspectives et pratiques pédagogiques passablement différentes. De plus, le stade de réflexion auquel chacune d'entre nous était arrivée face à l'enseignement des mathématiques différait de l'une à l'autre, les circonstances m'ayant, pour ma part, amenée à pousser ma réflexion plus loin que les autres membres de l'équipe. Pourtant, notre équipe fonctionne bien, les rapports personnels entre nous sont enrichis et resserrés par l'expérience. Ceci tient probablement au fait que, dans la mise en application de notre méthode, nous maintenons tout à la fois suffisamment de cohésion pour qu'il soit possible de parler d'une méthode commune et suffisamment de liberté pour que chacune s'y sente à l'aise.

Notre méthode pédagogique

Cette méthode commune est caractérisée principalement par cinq éléments.

- Une didactique des mathématiques misant largement sur l'intuition des étudiants et leur demandant de travailler sur des problèmes d'exploration avant de passer à l'étude formelle des définitions et théorèmes. La formalisation arrive donc, le plus souvent possible, après que les élèves aient pu prendre contact avec le type de problèmes à résoudre, ce qui éveille leur curiosité, les amène à se poser des questions et à faire des conjectures. Les définitions et théorèmes viennent apporter des réponses aux questions soulevées par leur réflexion ou même confirmer leurs intuitions. Les notations symboliques sont introduites après que les élèves aient pu se familiariser avec les concepts étudiés.

- Une didactique des mathématiques recourant, au moins minimalement, à l'éclairage de l'histoire ; ceci, dans le sens du développement des notions plutôt que de la simple nomenclature de noms et de dates.

- Une stratégie de démystification des mathématiques : la « bosse des maths » n'existe pas ; les principales conditions de réussite sont, pour tous, un travail adéquat et soutenu ainsi qu'un niveau raisonnable de confiance en soi, et non un talent spécial.

- Une attitude et des ajustements favorisant un passage aussi peu douloureux que possible entre le secondaire et le collégial et ceci, sans sacrifier sur le niveau du cours. Dans cette optique, nous avons accepté de modifier l'échéancier prévu pour le premier chapitre ; nous avons conséquemment choisi de ne pas faire une section de matière qui pouvait être oubliée sans trop d'inconvénients plutôt que de filer à toute allure et en surface sur tout le contenu prévu au programme ; nous avons, en quelque sorte, choisi d'insister davantage sur la profondeur et la solidité de l'apprentissage que sur la largeur des connaissances. Dans cette préoccupation de faciliter le passage secondaire-colléglal, s'inscrit aussi une stratégie de personnalisation des rapports entre professeure et élèves ainsi qu'entre les élèves (efforts pour connaître leur nom, pour les situer avec leurs habiletés et leurs difficultés propres, travail d'équipe).

- La poursuite explicite d'objectifs généraux de types habiletés et attitudes ; en particulier, le développement de l'intuition et de la rigueur, l'habileté à élaborer une preuve, l'acquisition de méthodes de travail favorables à la réussite en mathématiques et, pour une bonne part, dans tout travail intellectuel.

L'un ou l'autre de ces éléments caractérise certainement en partie plusieurs cours donnés dans notre département. Cependant, il nous semble que c'est la première fois qu'ils se sont trouvés tous réunis assez systématiquement tout au long du cours et ceci, dans plusieurs groupes de divers professeurs, pour un même cours. En ce sens il s'agissait vraiment d'une nouveauté au département.

Outre ces nouveautés pédagogiques, les cours de nos neuf groupes présentaient également les points communs suivants :

- Nous avons distribué aux étudiants, vers la fin de chacun des chapitres, une liste d'objectifs spécifiques décrivant précisément ce que les étudiants devaient être capables de faire ; ces objectifs se situaient aux niveaux suivants : acquisition de notions au programme, compréhension des notions et rigueur dans le cheminement, manipulation des instruments mathématiques étudiés, synthèse, résolution de problèmes (dont un certain nombre de problèmes nouveaux).

- Nous avons utilisé le même matériel. Il était élaboré par notre équipe (sauf pour les problèmes et exercices qui ont été, pour la plupart, empruntés à un collègue) et comprenait : des problèmes d'exploration, des documents théoriques synthétiques (les étudiants devaient compléter ces documents par des exemples tirés des exposés), quelques références historiques, des problèmes et exercices ainsi que les objectifs spécifiques.

- Nous avons fait travailler les étudiants en équipes. Ces équipes formées en début de session devaient rester stables pour tout le cours. Les problèmes d'exploration étaient résolus en équipe, ainsi que certains exercices et problèmes. Comme les deux premiers chapitres (Suites et séries, Analyse combinatoire) se prêtaient mieux à l'exploration que les deux derniers (Polynômes, Nombres complexes), l'apport du travail d'équipe a été plus considérable dans la première moitié du cours.

- Nous avons fait l'évaluation des apprentissages à partir de critères communs. Dans tous les groupes, l'évaluation a été faite par trois examens comptant pour 85 % de la note totale, les 15 % restants étant alloués à des tests-éclair (exercices ou questions de compréhension, contrôle de lecture) ou à des travaux (journal de bord, problèmes, synthèses). Bien que cette dernière part de l'évaluation ait été faite différemment selon les groupes, les deux premiers examens ont été élaborés sur la base de critères communs et ont pris des formes tout à fait comparables alors que l'examen final a été commun aux neuf groupes. Chaque examen comportait des questions théoriques (énoncés de définitions, de théorèmes, démonstrations, questions brèves vérifiant l'acquisition des connaissances), des exercices de manipulation des instruments mathématiques étudiés, un ou deux problèmes (situations non familières ne pouvant être résolues par la simple utilisation d'une formule)[8] ainsi que des questions de compréhension demandant de faire des liens entre les notions étudiées. Outre la validité des solutions, la correction tenait compte de la clarté du cheminement ainsi que de la rigueur mathématique. Les erreurs de français étaient corrigées sans toutefois entraîner de pénalité.

L'opinion des enseignantes sur cette expérience

Suite à un bilan de la session, nous nous entendons pour considérer que cette expérience constitue un franc succès.

Quantitativement, on peut en juger par les taux d'abandon et de réussite. Alors qu'à l'automne de 1986 le taux d'abandon pour l'ensemble des groupes de 101 dépassait 40 % et que le taux de succès n'était que de 44 %, à l'automne 1987, session de notre expérience, le taux d'abandon a été réduit à 15 % et le taux de réussite a monté à 59 %. Le nombre d'étudiants qui ont réussi le cours a donc considérablement augmenté (près de 33 % d'augmentation) et le nombre de ceux qui l'abandonnent a été encore plus fortement réduit (réduction de l'ordre de 60 %).

Si l'idéal pour un étudiant reste, bien sûr, de réussir le cours, la réduction du nombre d'abandons est, en soi, un progrès important. En effet, une personne qui arrive en 203 (cours de calcul intégral suivi à la session d'hiver) ou en 105 (cours d'algèbre suivi à la session d'automne de la deuxième année) après avoir échoué le 101 avec 50 % de moyenne est quand même mieux outillée que celle qui n'a pas commencé le 101 (étudiants d'autres collèges, souvent) ou qui l'a abandonné après quatre, cinq ou sept semaines[9] ; non seulement a-t-elle déjà entendu parler de plusieurs notions et méthodes qu'elle aura à utiliser, mais elle a développé une certaine habileté à se poser des questions, à faire une synthèse, à résoudre un problème… Et c'est encore plus vrai, évidemment, pour la personne qui a réussi le cours.

Cette expérience reste pour nous un succès même si nous avons dû renoncer à l'étude d'une section de matière[10] (les coniques) qui, en principe, est au programme ; en effet, il nous semble préférable que les étudiants sortent de ce cours avec une compréhension et une maîtrise raisonnablement solides de quatre des cinq thèmes au programme plutôt qu'avec une vision plus superficielle de tous les thèmes. Compte tenu de « l'état scolaire » des étudiants qui nous arrivent et du choc énorme qui est le leur devant le rythme de croisière du cégep, il nous aurait fallu les bousculer à outrance pour pouvoir compléter le programme.

Faire travailler les étudiants en équipe de façon aussi régulière, c'était, pour nous, une totale nouveauté qui s'est révélée profitable : bien qu'amplifiant probablement le bavardage, cette façon de procéder a permis aux étudiants de se connaître rapidement et a contribué à instaurer, dans les classes, une atmosphère agréable. Le travail d'équipe a été utilisé surtout pour résoudre des problèmes d'exploration ; dans ce contexte, la collaboration et la dynamique inhérentes au travail d'équipe ont permis aux étudiants de persister dans leur recherche de solution à des problèmes qui demandaient de l'intuition et de l'audace ; s'ils s'y étaient attaqués individuellement, la plupart auraient démissionné avant d'avoir trouvé une solution. Le fait de travailler en équipe leur a aussi donné l'occasion de constater que la pratique des mathématiques nécessite tant le recours à l'intuition qu'à la rigueur ; qu'elle prête à la discussion et à la confrontation ; qu'un problème peut être attaqué et résolu de diverses façons.

L'opinion des étudiantes et étudiants

Pour savoir ce qu'en pensaient les étudiantes et les étudiants, nous avons fait remplir, durant la dernière semaine du cours, un questionnaire d'évaluation. Sur les quelque 350 étudiants inscrits dans nos groupes en début de session, 218 étudiants ont rempli le questionnaire.

La compilation nous a révélé des opinions communes à tous les groupes sur la plupart des questions, alors que, sur quelques aspects, on a pu observer des écarts selon les groupes. Les points pour lesquels il y a écart semblent correspondre à des variations significatives dans l'attitude ou l'approche des professeures : lorsqu'une professeure est passionnée par une approche pédagogique et qu'elle a plus d'expérience de celle-ci, cela semble entraîner de meilleurs résultats. La réponse des étudiants à la mise en perspective historique est la plus significative à cet égard : dans les groupes où celle-ci s'est faite principalement par des textes, seulement 15 % des étudiants ont indiqué que cela avait été très intéressant ou plutôt intéressant pour eux

« d'apprendre dans quel contexte historique telle ou telle notion a été développée » ; dans les groupes où la professeure s'intéressait beaucoup à la perspective historique et où elle est revenue oralement sur les textes distribués, a fait un contrôle de lecture et a ajouté oralement, à plusieurs reprises, des informations et des commentaires à ce sujet, le taux de réponse positive grimpe à 67 %.

L'approche pédagogique privilégiée dans nos groupes (intuition, exploration en équipe puis mise en commun et formalisation) a été surtout utilisée pour les deux premiers chapitres ; la matière des deux derniers chapitres se prêtant moins nettement à cette approche, une méthode plus traditionnelle a été utilisée (définitions et théorèmes d'abord, puis exercices techniques et problèmes).

En bref, l'approche nouvelle est jugée intéressante et profitable, dans une proportion légèrement supérieure à la méthode traditionnelle et elle rend les choses plus faciles pour près du tiers des répondantes et répondants. La méthode traditionnelle, qui ne demande pas d'adaptation particulière aux étudiants, rend les choses plus faciles pour 56 % des étudiantes et étudiants. Par l'analyse d'une autre question, on peut voir que, si on leur donne le choix, les étudiantes et étudiants choisissent à 56 % d'utiliser la méthode traditionnelle pour tout le cours. Compte tenu que tout changement à la routine de vie demande ouverture et effort, de telles réponses doivent, à notre sens, être jugées très positives. On peut penser que la perception des étudiants sera encore plus nettement positive lorsque la rumeur étudiante aura répandu, dans les corridors, des commentaires élogieux à propos de cette nouvelle façon d'aborder les mathématiques ; surtout si la rumeur porte aussi le message de l'augmentation du taux de succès qui a accompagné l'utilisation de cette méthode pédagogique !

À propos des problèmes d'exploration, les commentaires les plus fréquents ont été : « m'aidaient à comprendre » (49 % des répondants), « étaient intéressants » (39 %) et « étaient bien choisis » (25 %).

Pour ce qui concerne le travail en équipe, on doit noter des préférences très nettement partagées : à 49 %, les étudiantes et les étudiants disent que, de façon générale, ils préfèrent travailler les mathématiques en équipe, les autres préférant travailler seuls. Cependant, certains qui préfèrent travailler seuls ont indiqué que le travail d'équipe leur avait été profitable dans ce cours, surtout pour les problèmes d'exploration.

Les objectifs spécifiques ont été beaucoup utilisés par les étudiants qui les ont trouvés très profitables : 67 % des étudiants les ont utilisés à chaque fois et 24 % les ont utilisés une fois.

Parmi une liste de commentaires possibles, les commentaires les plus fréquemment choisis concernant l'ensemble du cours ont été : « l'atmosphère était généralement agréable » (48 % des répondants), « j'ai beaucoup appris en mathématiques » (47 %), « je me suis ennuyée-e » (31 %), « j'ai eu du plaisir à faire des mathématiques » (28 %) et « ma curiosité a été piquée, ma curiosité s'est développée » (25 %).

Nous demandions aussi aux étudiantes et aux étudiants d'indiquer si le cours les avait aidés à développer certaines habiletés. Plus de la moitié ont répondu qu'effectivement le cours les avait aidés à

L'approche pédagogique

Proportion des répondants qui ont dit que l'approche[11] :

	nouvelle	traditionnelle
était ennuyeuse	11 %	15 %
constituait une perte de temps	21 %	1 %
rendait les choses plus difficiles	21 %	1 %
rendait les choses plus faciles	31 %	56 %
était intéressante	40 %	31 %
était profitable	38 %	34 %
était appropriée à la matière	22 %	40 %

Développement des habiletés

Proportions des répondants ayant répondu que le cours les a aidés, passablement ou beaucoup, à développer :

- leur habileté à rédiger une solution mathématique rigoureuse **en respectant les conventions** pour la notation : 70 % ;
- leur habileté à **inférer une règle générale** de l'étude de cas particuliers (à l'aide des problèmes d'exploration) : 68 % ;
- leur habileté à travailler rigoureusement **en comprenant ce qu'ils font et pourquoi ils le font** : 67 % ;
- leur habileté à **identifier ce qu'ils n'ont pas compris** : 63 % ;
- l'habitude de **se demander si leur résultat a du sens** plutôt que de se fier aveuglément à un solutionnaire : 63 % ;
- leur habileté à **faire des liens**, à faire des rapprochements entre différentes notions, à faire une synthèse : 59 % ;
- leur habileté à **rédiger une démonstration correcte** : 57 % ;
- leur habileté à **utiliser les notions apprises dans un contexte différent**, à résoudre des problèmes nouveaux, à répondre à des questions nouvelles (de compréhension) : 57 % ;
- leur habileté à **exprimer clairement** ce qu'ils veulent dire : 56 % ;
- leur **intuition** mathématique : 56 % ;
- leur **confiance en eux**, leur assurance lorsqu'ils font des mathématiques : 48 %.

développer, passablement ou beaucoup, dix des onze habiletés que leur présentait le questionnaire.

De plus, dans une proportion de 75 %, les étudiantes et étudiants sont absolument d'accord ou plutôt d'accord que « ce cours leurs a permis de comprendre la matière en profondeur, de comprendre d'où venaient les théorèmes et formules étudiés plutôt que d'avoir comme seule possibilité de les apprendre par cœur ».

Enfin, les commentaires que les étudiantes et étudiants feraient à leurs camarades concernant la méthode et le matériel sont, dans une proportion de 23 %, très positifs et, dans une proportion de 53 %, plutôt positifs ; 20 % des étudiants feraient des commentaires plutôt ou très négatifs. (Les autres étudiants, les 4 % restants, étaient ambivalents.)

Perspectives d'avenir

Lors du bilan d'équipe, nous avons identifié certaines conditions qui permettraient de tirer un profit encore plus grand de l'approche utilisée. Ce sont : travailler avec des groupes moins nombreux pour pouvoir assurer un meilleur encadrement et pratiquer une évaluation formative encore plus fréquente et personnalisée ; assurer une coordination avec les professeurs enseignant le cours de mathématiques 103 aux mêmes groupes, la même session ; mettre un accent encore plus marqué sur la perspective historique en utilisant plus fréquemment le mode oral tout en continuant à fournir quelques textes de référence ; utiliser plus nettement le recours à l'intuition et les problèmes d'exploration pour les deux premiers chapitres (Suites et séries, Analyse combinatoire) et pour les deux derniers (Polynômes, Nombres complexes) ; compenser le recours à l'intuition personnelle des étudiants, plus difficile dans cette matière, par la référence explicite au développement historique des notions et méthodes étudiées ; donner, dès le début de la session, encore plus d'indications aux étudiantes et étudiants quant à l'utilisation du matériel ; travailler dans des locaux à tables plutôt qu'à pupitres pour faciliter la réorganisation physique des lieux entre le travail d'équipe et les exposés où l'on doit utiliser le tableau ; obtenir que le collège respecte une séquence de cours dans laquelle le 101 soit un préalable absolu aux autres cours de mathématiques à l'exception du 103 qui est suivi concurremment.

Cet automne, j'enseignerai le même cours à trois classes de sciences pures en reprenant les grandes lignes de la méthode utilisée par l'équipe des Comatheuses. Cette fois-ci, cependant, les étudiants disposeront d'un texte beaucoup plus complet ; pour chaque chapitre, il comportera six sections : Exploration-bricolage ; Théorie ; Démonstrations ; Pratique ; Pistes de solution ; Objectifs spécifiques.

Le recours à l'éclairage historique sera plus marqué. Plutôt que de distribuer de longs textes[12] sur le contexte historique, j'ai opté pour une stratégie de type saupoudrage : des notes relativement courtes, fréquentes et réparties dans les diverses sections du texte, ainsi que des commentaires oraux en classe, à l'occasion de l'étude de problèmes particuliers, plutôt qu'en longue introduction. Ainsi, les élèves à qui plaît ce genre de commentaires pourront en profiter souvent et ceux à qui cela ne plaît pas pourront en avoir rapidement fini, ou même les sauter (il s'agit parfois de notes en bas de page) ; qui sait, peut-être qu'en assimilant l'histoire à petites doses, leur curiosité pourra s'éveiller.

Il y aura une autre nouveauté : je collaborerai étroitement avec le professeur qui enseignera en même temps, aux mêmes étudiants, le premier cours de calcul différentiel et intégral, le cours 201-103. Nous avons obtenu des horaires complémentaires et nous pourrons donc, à l'occasion, nous trouver tous les deux dans la classe en même temps ; nous comptons profiter de cette possibilité en particulier pour travailler avec les étudiants la notion de limite qui revient dans les deux cours (limite de suite et limite de fonction dans les réels), ainsi que la méthode de Newton-Raphson qui permet de trouver approximativement la valeur d'un zéro d'un polynôme (au programme du 101) à l'aide de la dérivée (au programme du 103). Nous avons aussi obtenu d'enseigner, à l'hiver, le second cours de calcul différentiel à deux groupes formés exclusivement d'étudiants à qui nous aurons enseigné le cours 101 ou le cours 103 à l'automne.

Une contribution à la formation fondamentale

Les professeurs de mathématiques identifient assez facilement la contribution de leur discipline à la formation fondamentale : rigueur, abstraction, rationalité, organisation, etc. Cependant, ils semblent souvent croire que tout enseignement des mathématiques, quelle que soit sa forme, permet automatiquement d'atteindre ces objectifs. Cela me semble une grave erreur. Je suis convaincue que la contribution des mathématiques à la formation fondamentale, comme celle de toute autre discipline d'ailleurs, est une contribution potentielle et que certaines stratégies pédagogiques permettent, plus que d'autres, d'actualiser ce potentiel.

Il me semble qu'avec l'approche expérimentée l'an dernier, et dont je n'ai donné ici que les grandes lignes, nous sommes sur la bonne voie. C'est du moins l'impression qui me vient quand je constate l'évolution de bon nombre d'étudiantes et étudiants à qui j'ai enseigné, durant deux sessions, l'an dernier. J'ai observé des progrès intéressants en ce qui concerne les aspects suivants et je crois possible de mettre au point des stratégies permettant d'aller encore plus loin.

- *Un bon équilibre entre intuition et rigueur*, basé sur l'expérimentation de l'utilité, de la puissance et des limites de chacune.
- *L'acquisition de stratégies de résolution de problèmes*, en particulier de ce que j'appelle des stratégies d'attaque indirecte auxquelles il est utile de recourir lorsque l'attaque de front est soit impossible, soit trop longue ou trop ardue.
- *La capacité de faire du ménage intellectuel* : mettre ses idées en ordre ; organiser les éléments, les informations dont on dispose ; retenir les résultats généraux plutôt qu'une multitude de cas particuliers ; élaborer des synthèses.
- *La capacité de jeter un regard critique sur ses propres raisonnements* : la conscience des opérations menta-

les qu'on effectue pour résoudre un problème, de ce qui sous-tend ou justifie chacune des opérations, de telle sorte qu'à la fin du processus on ait, par soi-même, un degré de confiance relativement élevé face au résultat obtenu plutôt que de devoir se reposer sur l'approbation du professeur ou encore sur un solutionnaire.

Les conséquences de cette conscience des opérations sont : la compréhension des démarches effectuées plutôt que l'exécution mécanique ; une confiance accrue en ses propres moyens ; plus de facilité à réutiliser ces démarches dans des contextes nouveaux.

- *La compréhension de ce que « langage » signifie « conventions »*. « Si… alors… » n'a pas le même sens dans un théorème que dans la phrase « S'il tombe une belle bordée de neige, j'irai skier ». Les notations symboliques mathématiques sont des conventions et, comme toutes les conventions, elles ont leurs avantages et leurs inconvénients.

- *Une vision plus réaliste des mathématiques* : réaliser l'existence du monde privé des mathématiques, marqué « de tensions, d'échecs, d'essais touffus, de modèles concurrents »[13], sous le monde public qui est, lui, formel et abstrait, bien ordonné ; comprendre que les mathématiques enseignées aujourd'hui sont le résultat d'une « histoire aussi longue que celle de l'humanité, inscrite dans nos civilisations et nos cultures »[14].

- *Une juste perspective des notions et méthodes étudiées dans le contexte même des mathématiques*. Les notions et méthodes étudiées sont des créations de l'esprit humain. Elles permettent de résoudre certains problèmes mais pas tous ceux qui se posent ou pourront éventuellement se poser. Étudier une session dans un champ de mathématiques c'est comme visiter un village en empruntant la rue principale : ça nous donne une bonne idée de cette rue et un aperçu de certaines rues transversales. Toutefois, pour ne pas tirer de fausses impressions de ce voyage, il importe de prendre conscience du point de vue fort partiel qui fut le nôtre et, autant que faire se peut, de jeter un coup d'œil sur la campagne environnante. Dans le contexte de l'apprentissage des mathématiques, cela signifie terminer un cours en connaissant tout autant les limites que la puissance des instruments étudiés.

Finalement, il y a un autre aspect de cette juste perspective sur lequel j'ai peu insisté et qui est généralement négligé dans les cours de mathématiques, alors qu'il mériterait beaucoup d'attention : c'est l'utilisation des mathématiques dans nos sociétés.

Les outils mathématiques sont des instruments qui résolvent des problèmes techniques ; leur haut degré d'abstraction et de logique interne ne justifie pas les conclusions politiques, économiques et sociales qu'on tire d'instruments mathématiques en laissant croire, à tort, que tout ce qui est chiffré est scientifique et que tout ce qui est scientifique est incontestable. Si l'on s'attardait là-dessus, les étudiantes et étudiants pourraient développer l'habitude et la capacité d'interroger toutes ces « données » mathématiques dont on est bombardé quotidiennement, depuis le PNB ou l'indice Dow Jones jusqu'à la preuve statistique de l'absence de danger des centrales nucléaires ou de la fluoration de l'eau, en passant par la démonstration, chiffres à l'appui, de la moindre capacité des femmes en mathématiques…

Les cours de mathématiques auraient alors fourni un apport considérable à la formation fondamentale.

NOTES ET RÉFÉRENCES

1. GATTUSO, Linda et Raynald LACASSE, *Les mathophobes : une expérience de réinsertion au niveau collégial*, Montréal, Cégep du Vieux Montréal, Centre de ressources didactiques, 1986, 195 p.
2. Dans le texte de Leone Burton, le féminin est utilisé en tant que terme générique (Note de la traductrice).
3. Sous la direction de Louise Lafortune, *Femmes et mathématiques*, Actes du colloque, Les Éditions du remue-ménage, 1986, 260 p. (p. 31).
4. *Ibid.*, p. 40 et 41.
5. BLOUIN, YVES, *Éduquer à la réussite en mathématiques, fondements théoriques et résultats de recherche*, Cégep François-Xavier-Garneau, 1987, p. 4.
6. On peut obtenir copie du rapport rendant compte de ce travail en s'adressant à la Direction des services pédagogiques, Cégep Ahuntsic.
7. Chaque collège est libre de choisir un certain nombre de cours dans chacun des programmes ; le cours de mathématiques 201-101 est de ce nombre pour les programmes de sciences dans notre collège. Un petit nombre de collèges du réseau ont fait le même choix.
8. Selon les professeures, les problèmes posés présentaient un degré de similitude plus ou moins marqué avec les problèmes traités en classe, certaines d'entre nous hésitant beaucoup à donner des problèmes présentant un caractère de nouveauté.
9. Les étudiants suivent le cours 101 à la même session que le cours 103 *Calcul différentiel et intégral 1*. Le 103 est préalable absolu pour le 203, *Calcul différentiel et intégral 2*, mais le 101 n'est considéré préalable à aucun cours. Les étudiants sont donc portés à abandonner ce cours plutôt que le 103 lorsqu'ils constatent que la tâche de travail est trop lourde pour eux. Dans un cas d'abandon, les étudiants reprennent généralement le cours à la fin de leur programme pour pouvoir obtenir leur DEC. Cela a quelque chose d'absurde, compte tenu de l'utilité très nette des notions étudiées en 101 pour les cours de 203, de 303 et de statistiques (307).
10. Nous n'avons pas étudié les sections coniques. Le cours a comporté, dans l'ordre, l'étude des thèmes suivants ; suites et séries, notation sigma, preuve par induction ; analyse combinatoire et binôme de Newton ; polynômes ; nombres complexes.
11. Ces commentaires étaient cochés parmi une liste de commentaires suggérés ; les répondants pouvaient cocher plus d'une réponse.
12. L'an dernier, nous avions inclus, dans les textes vendus aux étudiants, un texte d'une dizaine de pages portant sur l'évolution des systèmes de nombres, des naturels aux nombres complexes. Ceci nous avait valu des commentaires de type économique (« Gaspillage ! Pourquoi payer pour ça ? ») ou révélant un esprit compartimenté (« Dis-moi pas qu'on va faire du français – de la philo, de l'histoire – dans les cours de maths, maintenant ! »).
13. Voir *Mathématiques au fil des âges*, Paris, Bordas, 1987, Avant-propos.
14. *Idem.*